Прва економска школа

Београд

РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ СТАТИСТИКЕ

29-30. март 2019. године

ОПШТЕ ИНФОРМАЦИЈЕ И УПУТСТВО ЗА РАД

- Укупан број такмичарских задатака је 10. Број поена за сваки задатак означен је након редног броја задатка. Максималан број поена је 100.
- Време израде задатака је три сата.
- Задатке је потребно урадити хемијском оловком, изузев графичких приказа који се могу цртати графитном оловком.
- Све резултате и међурезултате обавезно заокругљивати на **три децимале**, осим логаритама које треба заокруглити на **5 децималних места**.
- Код питања са понуђеним одговорима увек је само један одговор тачан.
- При изради задатака дозвољено је користити дигитрон.

ТАКМИЧАРСКИ ЗАДАЦИ

1. (3) Сложене табеле служе за приказивање:
а. структуре једног скупа по два обележја истовремено
б. кретања једне појаве у времену
в. структуре више статистичких скупова по истом обележју
г. структуре више статистичких скупова по различитим обележјима
д. кретања више сродних појава у различитим временским интервалима.

2. (2) Да ли је аритметичка средина или медијана боља мера централне тенденције за серију података која садржи екстремне вредности? Илуструјте то навођењем једног примера серије која има 5 података.

Боља мера је_____.
Пример_____.

3. (4) Следећа табела садржи податке о профиту седам америчких компанија у 2004. години:

Компанија	**Профит (у милионима долара)**
Wal-Mart Stores	10267
Exxon	25330
General Electric	16593
Citigroup	17046
Home Depot	5001
target	11361
Pfizer	3198

Јединица посматрања је_____.
Колико има јединица посматрања? _____
Обележје је_____.
На којој мерној скали је мерљиво обележје? _____

4. (5) Који од следећих исказа су тачни (Т), а који нетачни (Н)? Заокружите одговарајуће слово после сваког исказа.

- Ако су вредности у првој серији 1, 1, 1, 1, 1, а вредности у другој серији 2, 2, 2, 2, 2, тада друга серија има већу стандардну девијацију од прве серије. **Т Н**
- У серији са интервално груписаним подацима не можемо прецизно одредити интервал варијације. **Т Н**
- Статистички коефицијенти су релативни бројеви који представљају количник нивоа две различите појаве које се односе на различит временски период и на исту јединицу посматрања. **Т Н**
- Могућа вредност коефицијента просте линеарне корелације између зараде и марке телефона је у интервалу од 0 до 1. **Т Н**
- Медијана се не може одредити за атрибутивна обележја. **Т Н**

5. (5) У периоду од 2010-2018. године вредност извоза једног производа се у просеку годишње повећавала по стопи од 12,3%. Вредност извоза у 2010. години је износила 84 хиљаде динара. Може се закључити да је вредност извоза у 2018. години износила:
а. 85,26 хиљада динара
б. 212,52 хиљаде динара
в. 189,168 хиљада динара
г. 150,64 хиљаде динара
д. ништа од наведеног, већ _____.

Напомена: Приказати поступак израчунавања одговарајућег показатеља.

6. (6) У следећој табели су дати подаци о вредности увоза у четири земље у децембру 2018. године.

Земље	**Вредност увоза (у доларима)**
Аустрија	14.926.240.000
Италија	43.699.770.000
Шпанија	27.413.750.000
Немачка	118.690.930.000

Извор: www.imf.org

За колико процената вредност увоза појединих земаља одступа од вредности увоза Немачке? Приказати поступак израчунавања одговарајућег показатеља.

7. а) Александрина оцена из статистике се заснива на три теста који носе по 100 поена и једном завршном који носи 200 поена. Како би одредио оцену ученика у овом одељењу, наставник ће сабрати поене на ова четири теста и поделити суму са 5. Број поена мора бити најмање 80 за оцену 4. Ако су Александрини резултати на три теста 75, 69 и 87, који је минимални број поена који мора постићи на завршном тесту да би добила оцену 4? **(8)**

б) У следећој табели дати су подаци о оценама из статистике за 30 ученика једног одељења:

Оцена	1	2	3	4	5
Број ученика	2	1	7	10	10

Израчунати позиционе средње вредности и коментарисати добијене резултате. **(6)**

8. Дати су подаци о цени једног производа (у 000 динара) и тражњи за њим (у комадима) у шест продавница:

Цена и тражња за производом

Цена производа	8	13	16	21	28	34
Тражња за производом	50	46	41	33	29	20

а) Упоредити дисперзије цене и тражње за производом. **(10)**
б) Израчунати коефицијент просте линеарне корелације између посматраних обележја и протумачити добијени резултат. **(6)**

9. У следећој табели су дати подаци о планираној и оствареној производњи једног предузећа у 2018. години:

Производња у 2018. години

Производ	Цена (у динарима)		Планирана количина (у комадима)	Остварена вредност производње (у динарима)
	планирана	остварена		
Чизме	12.500	12.800	190	2.560.000
Ципеле	9.200	8.700	145	1.392.000
Сандале	7.300	7.900	120	790.000

а) Израчунати и протумачити индивидуалне индексе испуњења плана физичког обима производње и индивидуалне индексе испуњења плана вредности производње за сваки посматрани производ. **(7)**

б) Израчунати и протумачити групни индекс испуњења плана физичког обима производње по методу агрегата (као пондере користити остварене цене). **(5)**

в) Израчунати и протумачити групни индекс испуњења плана производње по асортиману. **(5)**

10. У следећој табели дати су базни индекси физичког обима продаје једног производа у периоду од 2012-2018. године.

Базни индекси физичког обима продаје у периоду од 2012-2018. године

Године	2012.	2013.	2014.	2015.	2016.	2017.	2018.
Базни индекси физичког обима продаје (просек 2014-2016=100)	56,7	66,7	80	100	120	146,7	153,3

а) Израчунати физички обим продаје поменутог производа у свакој посматраној години, ако је познато да је физички обим продаје у базном периоду износио 150 тона. **(7)**

б) Израчунати стопе раста физичког обима продаје у свакој посматраној години. **(8)**

в) Одредити модел линеарног тренда за период од 2012-2018. године. **(10)**

г) Прогнозирати физички обим продаје у 2019. години. **(3)**

Прва економска школа

Београд

РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ СТАТИСТИКЕ

29-30. март 2019. године

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

1. Тачан одговор:
в. структуре више статистичких скупова по истом обележју **(3 поена)**

2. Тачан одговор:
Боља мера је **медијана.** **(1 поен)**
Пример: **било која серија података која садржи екстремну вредност (нпр. 2, 3, 5, 7, 40).** **(1 поен)**

3.

Компанија	**Профит (у милионима долара)**
Wal-Mart Stores	10267
Exxon	25330
General Electric	16593
Citigroup	17046
Home Depot	5001
Target	11361
Pfizer	3198

Тачни одговори:
Јединица посматрања је **компанија.** **(1 поен)**
Колико има јединица посматрања? **7 јединица посматрања.** **(1 поен)**
Обележје је **профит.** **(1 поен)**
На којој мерној скали је мерљиво обележје? **Обележје је мерљиво на скали односа.** **(1 поен)**

4. Тачни одговори:

- Ако су вредности у првој серији 1, 1, 1, 1, 1, а вредности у другој серији 2, 2, 2, 2, 2, тада друга серија има већу стандардну девијацију од прве серије. **Н**

- У серији са интервално груписаним подацима не можемо прецизно одредити интервал варијације. **Т**
- Статистички коефицијенти су релативни бројеви који представљају количник нивоа две различите појаве које се односе на различит временски период и на исту јединицу посматрања. **Н**
- Могућа вредност коефицијента просте линеарне корелације између зараде и марке телефона је у интервалу од 0 до 1. **Н**
- Медијана се не може одредити за атрибутивна обележја. **Н**

Сваки тачан одговор бодује се са 1 поен. **(5 поена)**

5. Тачан одговор:
б. 212,52 хиљаде динара **(5 поена)**

$$r_g = (\sqrt[T-1]{\frac{Y_T}{Y_1}} - 1) \cdot 100 = 12,3\%$$
$$r_g = \left(\sqrt[8]{\frac{Y_T}{84}} - 1 \right) \cdot 100 = 12,3\%$$
$$Y_T = 212,52$$

6. Показатељ који се рачуна је индекс структуре.

Земље	**Вредност увоза (у доларима)**	**Индекс структуре**
Аустрија	14.926.240.000	12,6
Италија	43.699.770.000	36,8
Шпанија	27.413.750.000	23,1
Немачка	118.690.930.000	

Нпр. индекс структуре за Аустрију:

$$I = \frac{14.926.240.000}{118.690.930.000} \cdot 100 = 12,6$$

Сваки тачно израчунат индекс (колона Индекс структуре) бодује се са 1 поен. **(3 поена)**

Вредност увоза Аустрије је мања од вредности увоза Немачке за 87,4%.
Вредност увоза Италије је мања од вредности увоза Немачке за 63,2%.
Вредност увоза Шпаније је мања од вредности увоза Немачке за 76,9%.

Сваки тачан коментар бодује се са 1 поен. **(3 поена)**

7.

а)

(75 + 69 + 87 + x) / 5 >= 80 **(4 поена)**

x >= 169 **(2 поена)**

Минимални број поена је 169. **(2 поена)**

б)

Mo= 4 и Mo = 5 (*f*max = 10) **(2 поена)**

Вредности обележја које се најчешће јављају су 4 и 5. **(1 поен)**

Медијана:

Расподела кумулативних фреквенција

Оцена	Кумулатив «испод»
1	2
2	3
3	10
4	**20**
5	30

Због парног броја података (30 ученика), медијана се налази на $\frac{N+1}{2}=15,5$. позицији (између 15. и 16. места). **(1 поен)**

Први кумулатив који садржи половину суме фреквенција је **20**, па је вредност медијане **4** (Me = 4). **(2 поена)**

8. Показатељ који се рачуна је коефицијент варијације.

а) Цена: $«_1=\frac{\sum x}{N}=\frac{120}{6}=20;$ **(1 поен)**

$$\pm_1=\sqrt{\frac{\sum x^2-\frac{\left(\sum x\right)^2}{N}}{N}}=\sqrt{\frac{2870-\frac{120^2}{6}}{6}}=8,851;$$ **(2 поена)**

$$V_1=\frac{\pm_1}{«_1}\cdot 100=\frac{8,851}{20}\cdot 100=44,3\%$$ **(1 поен)**

Тражња: $«_2=\frac{\sum x}{N}=\frac{219}{6}=36,5;$ **(1 поен)**

$$\pm_2 = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{N}}{N}} = \sqrt{\frac{8627 - \frac{219^2}{6}}{6}} = 10,275;$$ **(2 поена)**

$$V_2 = \frac{\pm_2}{«_2} \cdot 100 = \frac{10,275}{36,5} \cdot 100 = 28,2\%$$

(1 поен)

Цена производа има већу дисперзију од тражње за производом. **(2 поена)**

б)

Цена и тражња за производом

	Цена производа (x)	Тражња за производом (y)	x^2	y^2	xy
	8	50	64	2500	400
	13	46	169	2116	598
	16	41	256	1681	656
	21	33	441	1089	693
	28	29	784	841	812
	34	20	1156	400	680
Укупно	**120**	**219**	**2.870**	**8.627**	**3.839**

$$r = \frac{\frac{\sum xy}{n} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{\left(\frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2\right)} \cdot \sqrt{\left(\frac{\sum y^2}{n} - \bar{y}^2\right)}} = \frac{\frac{3839}{6} - 20 \cdot 36,5}{\sqrt{\frac{2870}{6} - 20^2} \cdot \sqrt{\frac{8627}{6} - 36,5^2}} = -0,991$$

(4 поена)

Вредност коефицијента r = -0,991 блиска је -1, што значи да између цене производа и тражње за производом постоји веома јака инверзна линеарна корелациона веза.

(2 поена)

9.
а)

Производња у 2018. години

Производ	Цена (у динарима)		Планирана количина (у комадима) (q_p)	Остварена вредност производње (у динарима) ($p_r q_r$)	$p_p q_p = p_p \cdot q_p$	q_r
	Планирана (p_p)	Остварена (p_r)				
Чизме	12.500	12.800	190	2.560.000	2.375.000	200
Ципеле	9.200	8.700	145	1.392.000	1.334.000	160
Сандале	7.300	7.900	120	790.000	876.000	100
Укупно				**4.742.000**	**4.585.000**	

Тачно израчуната вредност:

q_r **(0,5 поена)**

$p_p q_p$ **(0,5 поена)**

Индивидуални индекси испуњења плана физичког обима производње:

$I_{ip(q)} = \frac{q_r}{q_p} \cdot 100$
105,3
110,3
83,3

(1,5 поена)

Остварени физички обим производње чизми у 2018. години већи је од планираног за 5,3%. **(0,5 поена)**
Остварени физички обим производње ципела у 2018. години већи је од планираног за 10,3%. **(0,5 поена)**
Остварени физички обим производње сандала у 2018. години мањи је од планираног за 16,7%. **(0,5 поена)**

Индивидуални индекси испуњења плана вредности производње:

$I_{ip(v)} = \frac{q_r \cdot p_r}{q_p \cdot p_p} \cdot 100$
107,8
104,3
90,2

(1,5 поена)

Остварена вредност производње чизми у 2018. години већа је од планиране за 7,8%. **(0,5 поена)**

Остварена вредност производње ципела у 2018. години већа је од планиране за 4,3%. **(0,5 поена)**

Остварена вредност производње сандала у 2018. години мања је од планиране за 9,8%. **(0,5 поена)**

б)

$q_p p_r$
2.432.000
1.261.500
948.000
4.641.500

Тачно израчунате вредности:

$q_p p_r$ **(2 поена)**

$$I_{ip(q)} = \frac{\sum q_r p_r}{\sum q_p p_r} \cdot 100 = \frac{4.742.000}{4.641.500} \cdot 100 = 102,2$$

(2 поена)

Посматрано предузеће је премашило план физичког обима производње сва три производа за 2018. годину за 2,2%. **(1 поен)**

в)

$q' p_p$
2.375.000
1.334.000
730.000
4.439.000

Тачно израчунате вредности:

$q' p_p$ **(2 поена)**

$$I_{ip(a)} = \frac{\sum q' p_p}{\sum q_p p_p} \cdot 100 = \frac{4.439.000}{4.585.000} \cdot 100 = 96,8$$

(2 поена)

По асортиману није испуњен план производње за 3,2%, јер није испуњен план физичког обима производње сандала. **(1 поен)**

10.

а)

$Y_0 = 150$

Базни индекс: $I_t = \frac{Y_t}{Y_0} \cdot 100$, одакле следи:

$Y_{2012} = \frac{56,7 \cdot 150}{100} = 85,05$, $Y_{2013} = \frac{66,7 \cdot 150}{100} = 100,05$,...

Физички обим продаје у периоду од 2012-2018. године

Године	2012.	2013.	2014.	2015.	2016.	2017.	2018.
Физички обим продаје	85,05	100,05	120	150	180	220,05	229,95

(7 поена)

б) Ланчани индекс: $L_t = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} \cdot 100$, одакле следи:

$L_{2013} = \frac{100,05}{85,05} \cdot 100 = 117,6$, $L_{2014} = \frac{120}{100,05} \cdot 100 = 119,9$,...

Ланчани индекси физичког обима продаје у периоду од 2012-2018. године

Године	2012.	2013.	2014.	2015.	2016.	2017.	2018.
Ланчани индекси	-	117,6	119,9	125	120	122,3	104,5

(6 поена)

Стопа раста = Ланчани индекс - 100

Стопе раста физичког обима продаје у периоду од 2012-2018. године

Године	2012.	2013.	2014.	2015.	2016.	2017.	2018.
Стопе раста	-	17,6%	19,9%	25%	20%	22,3%	4,5%

(2 поена)

в)

Признају се следеће варијанте решења:

А.

Године	Y_t	t	t^2	$t \cdot Y_t$
2012.	85,05	1	1	85,05
2013.	100,05	2	4	200,1
2014.	120	3	9	360
2015.	150	4	16	600
2016.	180	5	25	900
2017.	220,05	6	36	1320,3
2018.	229,95	7	49	1609,65
Укупно	**1085,1**	**28**	**140**	**5075,1**

$$\hat{b} = \frac{T\sum tY_t - \sum t \sum Y_t}{T\sum t^2 - (\sum t)^2}$$

$$\hat{b} = \frac{7 \cdot 5075,1 - 28 \cdot 1085,1}{7 \cdot 140 - 28^2} = 26,239$$

(тачно израчуната вредност бодује се са 6 поена)

$$\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b}\bar{t} = \frac{1085,1}{7} - 26,239 \cdot \frac{28}{7} = 50,058$$

(тачно израчуната вредност бодује се са 3 поена)

$$\hat{Y}_t = 50,058 + 26,239 \cdot t$$

(1 поен)

Б.

Године	y	x	x^2	$x \cdot y$
2012.	85,05	-3	9	-255,15
2013.	100,05	-2	4	-200,1
2014.	120	-1	1	-120
2015.	150	0	0	0
2016.	180	1	1	180
2017.	220,05	2	4	440,1
2018.	229,95	3	9	689,85
Укупно	**1085,1**	**0**	**28**	**734,7**

$$b = \frac{\sum xy}{\sum x^2} = \frac{734,7}{28} = 26,239$$

$$a = \frac{\sum y}{n} = \frac{1085,1}{7} = 155,014$$

$$y_t = 155,014 + 26,239 \cdot x$$

г)

$$\hat{Y}_t = 50,058 + 26,239 \cdot t = 50,058 + 26,239 \cdot 8 = 259,97$$

или

$$y_t = 155,014 + 26,239 \cdot x = 155,014 + 26,239 \cdot 4 = 259,97$$

(3 поена)